

ゲーム理論

crimsonbach

2004年12月25日

利得行列による標準型（戦略型）ゲーム

例 1

列プレイヤー（プレイヤー 2）

		L	R
行プレイヤー (プレイヤー 1)	T	1, 2	0, 1
	B	2, 1	1, 0

- プレイヤー 1 の戦略： T もしくは B
- プレイヤー 2 の戦略： L もしくは R
- 各セルはゲームの結果を表す

第 1 要素はプレイヤー 1（行プレイヤー）の利得、第 2 要素はプレイヤー 2（列プレイヤー）の利得を表す。たとえば、戦略プロファイルが、 (B, L) のとき、プレイヤー 1 は 2、プレイヤー 2 は 1 の利得を得る。

均衡

プレイヤー 1 の選択

プレイヤー 2 が L ならば B

プレイヤー 2 が R ならば B

プレイヤー 1 はプレイヤー 2 のどんな戦略に対しても B をとるのが望ましい。このように、相手プレイヤーがどの戦略に対しても、ある一つの戦略が常に望ましいならば、その戦略を 支配戦略 (dominant strategy) と呼ぶ。

この例では、プレイヤー 2 も L という支配戦略をもっている。このように全てのプレイヤーがそれぞれ支配戦略をもつとき、その支配戦略プロファイルを 支配戦略均衡 と呼ぶ。例 1 では、 (B, L) が支配戦略均衡となる。支配戦略均衡の問題は、そういった均衡が存在するとは限らないこと。

例 2

列プレイヤー（プレイヤー 2）

		L	R
行プレイヤー (プレイヤー 1)	T	2, 1	0, 0
	B	0, 0	1, 2

プレイヤー 1 は

プレイヤー 2 が L ならば T

プレイヤー 2 が R ならば B

をとるのが望ましいため、プレイヤー 1 の支配戦略は存在しない。したがって、例 2 では支配戦略均衡は存在しない。

ナッシュ均衡

各プレイヤーが相手の戦略を所与として、自らの利得を最大化しているとき、その戦略プロファイルをナッシュ均衡と呼ぶ。ナッシュ均衡では、各プレイヤーの戦略は他のプレイヤーの最適反応になっている。標準型ゲームでは、混合戦略を認めているならば、ナッシュ均衡は常に存在する。

支配戦略均衡 \Rightarrow ナッシュ均衡

なぜならば、支配戦略均衡では、各プレイヤーの戦略は相手プレイヤーの全ての戦略に対する最適反応

- 各プレイヤーは、その均衡で相手をとる戦略に対して最適反応をしている
- この戦略プロファイルがナッシュ均衡

ナッシュ均衡の導出

列プレイヤー (プレイヤー 2)

例 2

		L	R
行プレイヤー (プレイヤー 1)	T	②, ①	0, 0
	B	0, 0	①, ②

- 各プレイヤーについて、相手の各戦略に対する最適反応をそれぞれ導き、対応する利得にマルをつける。
- 全てのプレイヤーの利得にマルがついている戦略プロファイルがナッシュ均衡。例 2 では、 (T, L) と (B, R) がナッシュ均衡。

囚人のジレンマ

別々の部屋で取調べを受ける共犯者 2 人が告白 (裏切り) するか、黙秘 (協調) するかを選択に迫られている、

列プレイヤー (プレイヤー 2)

		C	D
行プレイヤー (プレイヤー 1)	C	-1, -1	-6,
	D	, -6	-④, -④

このゲームには (D, D) という支配戦略均衡が存在する (は 0 にマルをつけているつもり)。このように支配戦略よりもパレート改善的な戦略プロファイルが存在するゲームを一般的に囚人のジレンマと呼ぶ。